# 回路システム学第二（10）

2019.6.24

担当教官　山尾 泰

# 先週の学習項目

1. 回路網関数の性質(1)

- 回路網の入力インピーダンス
- 回路網関数の次数
- 正実関数

2. リアクタンス回路網の周波数特性

- 極と零点は必ず交互に配置される
- 任意のリアクタンス回路の周波数微分は常に正

# リアクタンス回路の設計（1）
# - 共振回路による合成 -

# リアクタンス駆動点関数の4つのパターン

〔 0, ∞ 〕型

$Z(0)=0,\ Z(\infty)=\infty$

$$Z(s)=\frac{Hs\left(s^2+\omega_3^2\right)\left(s^2+\omega_5^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}}$$

2次の項数は分子分母とも(n-1)

分子の次数が1次高い

〔−∞, 0 〕型

$$Z(s)=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-3}^2\right)}{s\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}}$$

2次の項数は分子分母とも(n-1)

分子の次数が1次低い

〔−∞, ∞ 〕型

$$Z(s)=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{s\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}}$$

2次の項数は分子がn、分母は(n-1)

分子の次数が1次高い

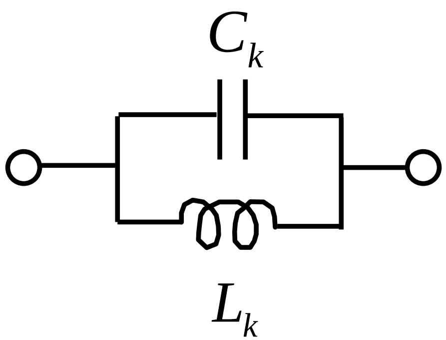
〔 0, 0 〕型

$$Z(s)=\frac{Hs\left(s^2+\omega_3^2\right)\left(s^2+\omega_5^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-3}^2\right)}{\underbrace{\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}}$$

2次の項数は分子が(n-2)、分母は(n-1)

分子の次数が1次低い

# 並列共振回路を用いた設計法




$$Z_k=\frac{\dfrac{L_k}{C_k}}{sL_k+\dfrac{1}{sC_k}}=\frac{\dfrac{L_k}{C_k}s}{s^2L_k+\dfrac{1}{C_k}}=\frac{\dfrac{s}{C_k}}{s^2+\dfrac{1}{L_kC_k}}=\frac{A_k s}{s^2+\omega_k^2}$$

〔0, 0〕型

$$A_k=\frac{1}{C_k}\qquad \omega_k=\frac{1}{\sqrt{L_kC_k}}$$

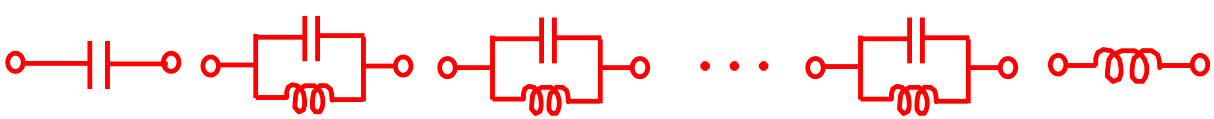
例えば〔−∞、 ∞〕型のリアクタンス関数は

$$Z(s)=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}$$

分子の次数が1次高い

$$=s\left(\underline{\frac{A_0}{s^2}+\frac{A_2}{s^2+\omega_2^2}+\frac{A_4}{s^2+\omega_4^2}+\cdots+\frac{A_{2n-2}}{s^2+\omega_{2n-2}^2}+A_\infty}\right)$$

( )内を展開して留数定理で係数$A_0$-$A_\infty$を決定




上記の直列接続回路により実現できる

# 留数定理による係数の決定

$$\frac{Z(s)}{s}=\left(\frac{A_0}{s^2}+\frac{A_2}{s^2+\omega_2^2}+\frac{A_4}{s^2+\omega_4^2}+\cdots+\frac{A_{2n-2}}{s^2+\omega_{2n-2}^2}+A_\infty\right)$$

$$=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-1}^2\right)}{s^2\left(s^2+\omega_2^2\right)\left(s^2+\omega_4^2\right)\cdots\left(s^2+\omega_{2n-2}^2\right)}$$

$$A_0=\lim_{s^2\to 0}s^2\frac{Z(s)}{s}=\left.\frac{H(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}\right|_{s^2=0}$$

$$=\frac{H\omega_1^2\cdot\omega_3^2\cdots\omega_{2n-1}^2}{\omega_2^2\cdot\omega_4^2\cdots\omega_{2n-2}^2}$$

$$A_k=\lim_{s^2\to-\omega_k^2}\left(s^2+\omega_k^2\right)\frac{Z(s)}{s}\qquad A_\infty=H$$

# 設計する回路の目標特性を与える

| | | |
|---|---|---|
| 共振周波数（零点） | $\omega_1 = 3000 \quad (\mathrm{rad/sec})$ | $\omega_3 = 5000 \quad (\mathrm{rad/sec})$ |
| 反共振周波数（極） | $\omega_2 = 4000 \quad (\mathrm{rad/sec})$ | |

① $\omega$=0 および $\omega$=∞ が零点になるか極になるかを考え、目標関数形を与える

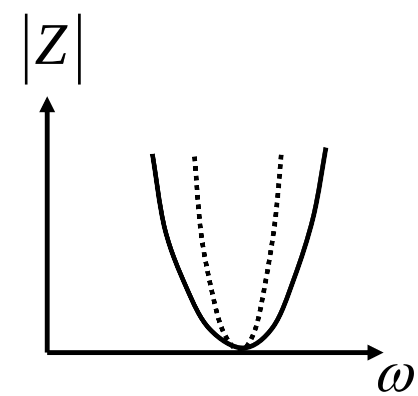
$$Z(s) = \frac{\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)}$$

$n$=2の〔−∞、 ∞〕型

② 係数 $H$ を与える；　共振、反共振特性の鋭さを決定

$$Z(s) = \frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)}$$

$$H = 0.2$$




傾き $\left|\dfrac{dZ}{d\omega}\right|$

# 係数を留数定理で求める

$$\frac{Z(s)}{s}=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s^2\left(s^2+\omega_2^2\right)}=\frac{A_0}{s^2}+\frac{A_2}{s^2+\omega_2^2}+A_\infty$$

$$A_0=\lim_{s^2\to 0}s^2\frac{Z(s)}{s}=\left.\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{\left(s^2+\omega_2^2\right)}\right|_{s^2=0}$$

$$=\frac{H\omega_1^2\omega_3^2}{\omega_2^2}=0.2\cdot\frac{3000^2\cdot 5000^2}{4000^2}=2.8\times 10^6$$

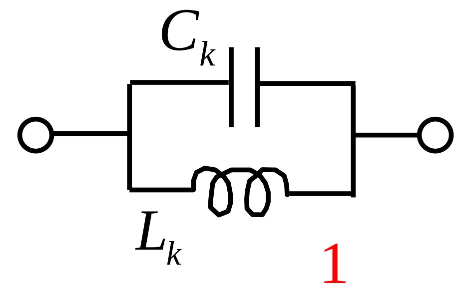
$$A_2=\lim_{s^2\to -\omega_2^2}\left(s^2+\omega_2^2\right)\frac{Z(s)}{s}=\left.\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s^2}\right|_{s^2=-\omega_2^2}$$

$$=\frac{H\left(\omega_1^2-\omega_2^2\right)\left(\omega_3^2-\omega_2^2\right)}{-\omega_2^2}=0.78\times 10^6$$

$$A_\infty=H=0.2$$

# 係数から素子値を決定

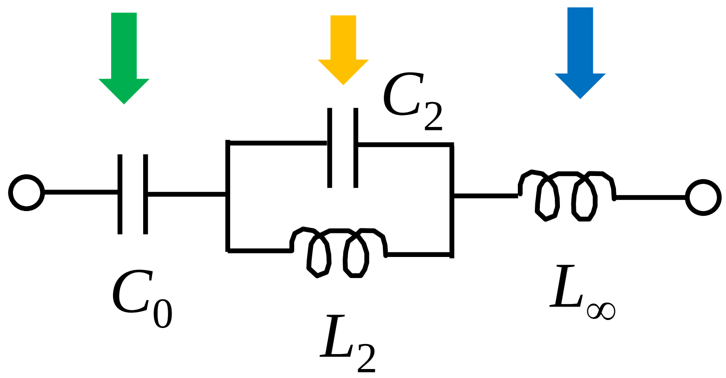
$$\frac{Z(s)}{s}=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s^2\left(s^2+\omega_2^2\right)}=\frac{A_0}{s^2}+\frac{A_2}{s^2+\omega_2^2}+A_\infty$$




$$\omega_k=\frac{1}{\sqrt{L_kC_k}}$$

$$\therefore\ Z(s)=\frac{A_0}{s}+\frac{A_2 s}{s^2+\omega_2^2}+A_\infty s$$

$$Z(j\omega)=\frac{1}{j\omega/A_0}+\frac{j\omega A_2}{\omega_2^2-\omega^2}+j\omega A_\infty$$




$$C_k=\frac{1}{A_k}$$

$$C_0=0.357\times10^{-6}\,[F]$$

$$C_2=1.27\times10^{-6}\,[F]$$

$$L_2=\frac{1}{C_2\omega_2^2}=0.049\,[H]$$

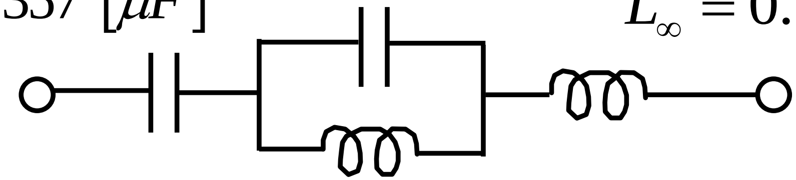
$$L_\infty=0.2\ [H]$$

# 求めたリアクタンス回路のインピーダンス特性

$C_2 = 1.27 [\mu F]$

$C_0 = 0.357 [\mu F]$

$L_\infty = 0.2 [H]$

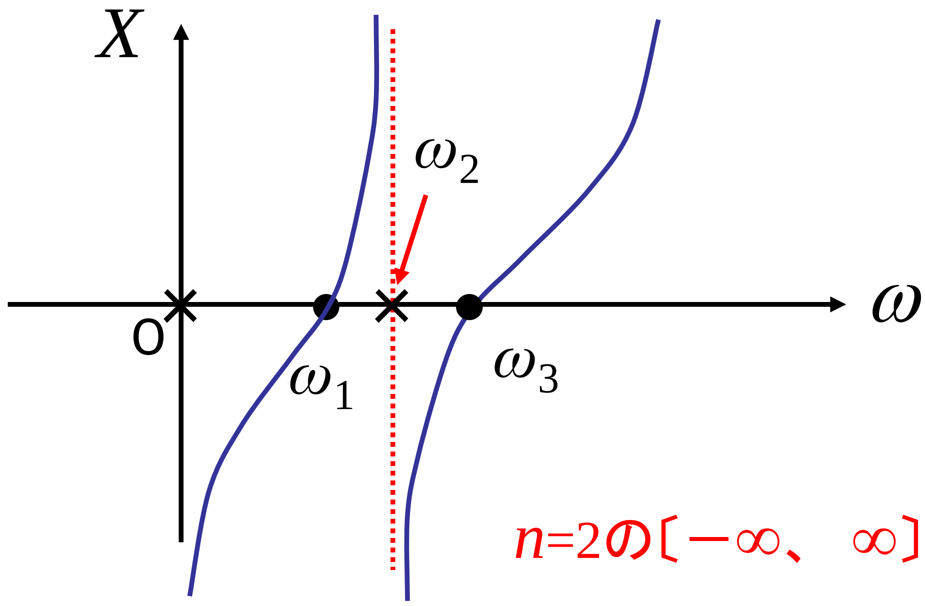


$L_2 = 0.049 [H]$

$\omega_1 = 3000 \quad \text{(rad/sec)}$

$\omega_2 = 4000 \quad \text{(rad/sec)}$

$\omega_3 = 5000 \quad \text{(rad/sec)}$

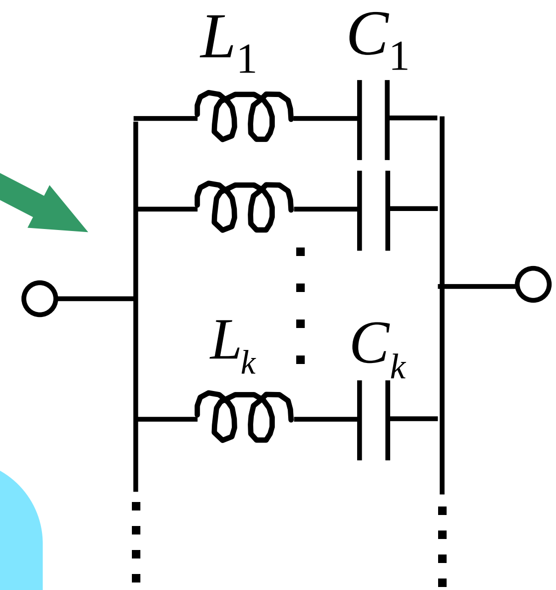



$n$=2の〔−∞、 ∞〕型の周波数特性

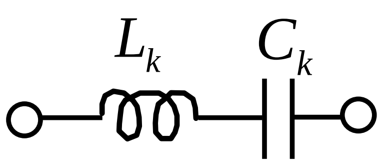
# アドミタンス関数からの展開による設計

$$Y(s)=\frac{1}{z(s)}=\frac{s(s^2+\omega_2^{\ 2})(s^2+\omega_4^{\ 2})\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}{H(s^2+\omega_1^{\ 2})(s^2+\omega_3^{\ 2})\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}$$

$$=s\left(\underline{\frac{B_1}{(s^2+\omega_1^{\ 2})}+\frac{B_3}{(s^2+\omega_3^{\ 2})}+\cdots+\frac{B_{2n-1}}{(s^2+\omega_{2n-1}^2)}}\right)$$




( )内を展開して
留数定理で係数
$B_1$〜$B_{2n\text{-}1}$を決定




$$Y_k=\frac{1}{\dfrac{1}{sC_k}+sL_k}=\frac{sC_K}{1+s^2C_kL_k}=\frac{\dfrac{s}{L_k}}{s^2+\dfrac{1}{C_kL_k}}=\frac{B_ks}{s^2+\omega_k^2}$$

$$\therefore\ B_k=\frac{1}{L_k}\qquad \omega_k=\frac{1}{\sqrt{L_kC_k}}$$

直列共振回路の
並列合成で実現

関数 $\dfrac{Y(s)}{s}$ の留数として係数を求める

$$B_k = \frac{1}{L_K}$$

$$B_1 = \lim_{s^2 \to -\omega_1^2} \left(s^2 + \omega_1^2\right) \frac{Y(s)}{s} \qquad B_k = \lim_{s^2 \to -\omega_k^2} \left(s^2 + \omega_k^2\right) \frac{Y(s)}{s}$$

再び並列共振回路を用いた場合と同じ目標特性で設計

| | | |
|---|---|---|
| 共振周波数(零点) | $\omega_1 = 3000 \quad \text{(rad/sec)}$ | $\omega_3 = 5000 \quad \text{(rad/sec)}$ |
| 反共振周波数(極) | $\omega_2 = 4000 \quad \text{(rad/sec)}$ | |

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{s\left(s^2 + \omega_2^2\right)}{H\left(s^2 + \omega_1^2\right)\left(s^2 + \omega_3^2\right)} = \frac{s\left(s^2 + 4000^2\right)}{0.2\left(s^2 + 3000^2\right)\left(s^2 + 5000^2\right)}$$

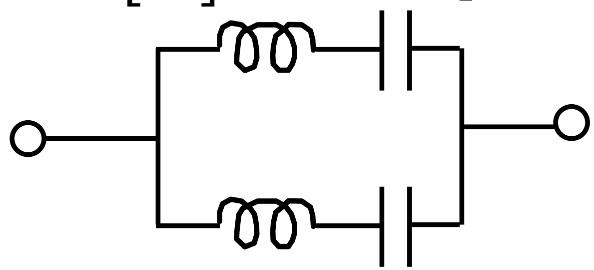
$$B_1 = \lim_{s^2 \to -3000^2} \left(s^2 + 3000^2\right) \frac{Y(s)}{s} = \frac{\left(-3000^2 + 4000^2\right)}{0.2\left(-3000^2 + 5000^2\right)} = 2.18 \qquad L_1 = 0.457[H]$$

$$B_3 = \lim_{s^2 \to -5000^2} \left(s^2 + 5000^2\right) \frac{Y(s)}{s} = \frac{\left(-5000^2 + 4000^2\right)}{0.2\left(-5000^2 + 3000^2\right)} = 2.81 \qquad L_3 = 0.356[H]$$

# アドミタンス関数から展開した回路

$\omega_k = \dfrac{1}{\sqrt{L_k C_k}}$ から、$C_1$, $C_3$を求めると

$L_1 = 0.457[H]$ $C_1 = 0.243\times10^{-6}[F]$



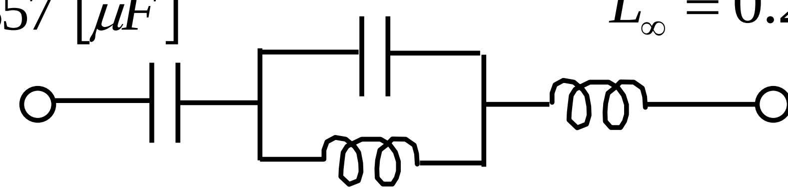
$L_3 = 0.356[H]$ $C_3 = 0.112\times10^{-6}[F]$

同一特性

リアクタンス関数から展開

$C_2 = 1.27[\mu F]$

$C_0 = 0.357\ [\mu F]$ $L_\infty = 0.2[H]$



$L_2 = 0.049[H]$

# 第3回レポート　リアクタンス回路の周波数特性

（1）図1の1ポート回路の入力リアクタンスの周波数特性を求め、図示せよ。

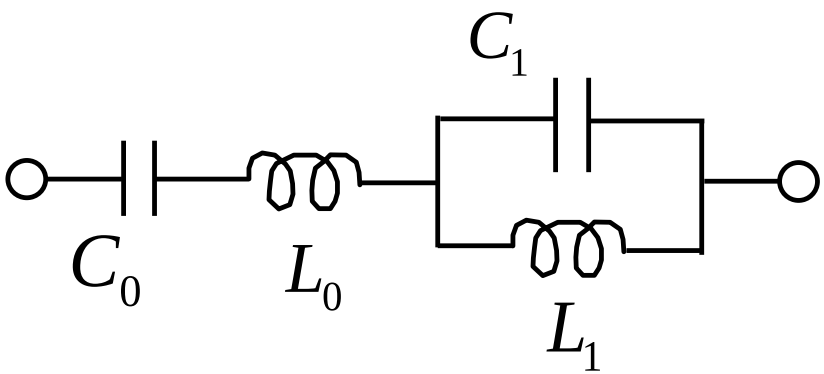



図1

提出用紙は配布した解答用紙またはA4用紙（縦）を使用し、学籍番号と氏名を各ページの上部に必ず記入すること。

提出日；次回の授業（7月1日）の冒頭で提出すること。